

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

**ФОНД**  
**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

---

Направление подготовки:	<b><u>01.03.02 «Прикладная математика и информатика»</u></b>
Профиль:	<b>Прикладная информатика</b>
Квалификация (степень) выпускника:	<b>бакалавр</b>
Форма обучения:	очная

2021 г.

в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика».

Программу составил:

\_\_\_\_\_ Слесарев А.Г. , к.ф.-м.н., доцент каф. ВМ

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы  
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

\_\_\_\_\_ С.В. Ермаков

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 г.

## **Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины “ Теория функций комплексного переменного” и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

## **Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Комплексный анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

### 1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<i>Коды компетенций</i>	<i>Результаты освоения ООП Содержание компетенций*</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**</i>
<b>ОПК-1</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	<b>знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• основные понятия, теоремы и методы комплексного анализа</li></ul> <b>уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• доказывать основные теоремы;</li><li>• решать задачи, используя методы комплексного анализа;</li><li>• применять методы комплексного анализа в других областях математики</li></ul> <b>владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• базовыми математическими знаниями</li><li>• основами методов анализа процессов</li></ul>
<b>ОПК-3</b>	Способность осуществлять целенаправленный поиск в сети Интернет и других источниках информации о современных программных средствах, относящихся к предмету исследований	

### 1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ООП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Место дисциплины и соответствующий этап формирования компетенций в целостном процессе подготовки по образовательной программе можно определить по матрице компетенций, которая приводится в Приложении.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знания и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см.п. 4 рабочей программы дисциплины).

### **1.3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине**

<b>№ п/п</b>	<b>Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)</b>	<b>Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>
<b>Текущий контроль, 4 семестр</b>			
1.	Комплексные числа , функции, их дифференциальное и интегральное исчисление, ряды	ОПК-1, ОПК-1 (знать,уметь)	Контрольная работа № 1
2.	Особые точки, вычеты, приложения, операционное исчисление	ОПК-1, ОПК-1 (знать,уметь)	Контрольная работа №2
<b>Промежуточный контроль, 4семестр</b>			
	Зачет	ОПК-1, ОПК-1 (знать,уметь)	Зачетный билет

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
<b>Высокий</b> <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
<b>Продвинутый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
<b>Пороговый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно/ Зачтено
<b>Ниже порогового</b>	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	<b>высокий</b>	<b>высокий</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	<b>продвинутый</b>	<b>продвинутый</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	<b>пороговый</b>	<b>пороговый</b>
ниже порогового	<b>пороговый</b>	<b>ниже порогового</b>
	<b>ниже порогового</b>	-

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

#### 4 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	<b>Контрольная точка № 1</b>	15	30
	Контрольная работа №1	15	30
	<b>Контрольная точка № 2</b>	20	30
	Контрольная работа №2	15	25
	ИДЗ	5	5
Промежуточный	<b>Зачет</b>	<b>25</b>	<b>40</b>
	Экзаменационный билет	25	40
<b>ИТОГО по дисциплине</b>		60	100

Бонусы: поощрительные баллы студент получает к своему рейтингу в конце

семестра за активную и регулярную работу на занятиях, за победы в студенческих олимпиадах по данной дисциплине. По Положению бонус (премиальные баллы) не может превышать **5 баллов**.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений практического использования знаний (например, применять теоретические знания в решении задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам.

#### **4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков**

##### **4.1. Экзамен**

а) типовые вопросы (задания):

### **МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

#### **Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет  
«МИФИ»

#### **(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Кафедра Высшей математики

(наименование кафедры)

Специальность: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Прикладная математика»

Дисциплина: «Теория функций комплексного переменного»

### **Билеты к зачету.**

#### **Зачетный билет № 1**

1. Комплексные числа, действия с ними, модуль, аргумент.  
Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

2. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$

в кольце  $3 < |z|$ .

3. . Вычислить интеграл.  $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1) dz}{z^3}$ .



4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' + y = 6e^{-t}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$$

### Зачетный билет № 2

1. Формула Эйлера и следствия из неё.

Функции комплексного переменного. Элементарные функции ( $\sin(z)$ ,  $\cos(z)$ ,  $\operatorname{tg}(z)$ ,  $\operatorname{sh}(z)$ ,  $\operatorname{ch}(z)$ ,  $\operatorname{Ln}(z)$ ,  $\operatorname{Arcsin}(z)$ ,  $\operatorname{Arccos}(z)$ ,  $\operatorname{Arctg}(z)$ ,  $\operatorname{Arcctg}(z)$ ,  $\operatorname{Arcsh}(z)$ ,  $\operatorname{Arcch}(z)$ ,  $\operatorname{Arcth}(z)$ ,  $\operatorname{Arccth}(z)$ ,  $e^z$ ,  $z_1^{z_2}$ ).

2. Проверить, что  $u$  является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u$  и значению  $f(z_0)$

$$u = x^2 - y^2 + x, \quad f(0) = 0.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z-i|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ .

4. Найти изображение оригинала  $\frac{\sin^2 t}{t}$ .

### Зачетный билет № 3

1. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.

2. Вычислить  $\operatorname{Arcth}\left(\frac{3-4i}{5}\right)$ .

3. Вычислить  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$

4. Найти оригинал для изображения  $F(p) = \frac{4p+5}{(p-2)(p^2+p+5)}$

### Зачетный билет № 4

1. Аналитические функций. Свойства. Гармонические функции.

2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной

кривой  $\int_L \left(\frac{-}{z}\right)^2 dz$ ,  $L$ : -отрезок прямой,  $z_A = 0, z_B = 1+i$ .

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$

$$\frac{z-4}{z^4 + z^3 - 2z^2}.$$

4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' - y' = t^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

### Зачетный билет № 5

1. Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной.  
Способы вычисления..

2. Проверить, что  $v$  является мнимой частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной мнимой части  $v$  и значению  $f(z_0)$

$$v = x^2 - y^2 + 2x + 1, \quad f(0) = i.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z-1-i|=\frac{5}{4}} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$ .

4. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}; x(0) = -1, y(0) = 2$

### Зачетный билет № 6

1. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.  
Следствия из интегральной формулы Коши.

2. Разложить ряд Лорана в окрестности точки  $z_0 = 2$  функцию  $z \cos \frac{1}{z-2}$ .

3. Вычислить  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2+4)^2} dx$ .

4. Найти изображение оригинала  $e^t \sin t$ .

### Зачетный билет № 7

1. Ряды комплексных чисел. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.

2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L |z| \bar{z} dz$ ,  $L: |z| = 4, \operatorname{Re} z \geq 0$ .

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$

$$\frac{3z-18}{2z^3+3z^2-9z}.$$

4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' + y' = t^2 + 2t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -2.$$

### Экзаменационный билет № 8

1. Ряды Тейлора. Нули аналитической функции.
2. Проверить, что  $u$  является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u$  и значению  $f(z_0)$

$$u = x^3 - 3xy^2 + 1, \quad f(0) = 1.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z-i|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}$ .

4. Найти оригинал для изображения  $F(p) = \frac{p}{(p+1)(p^2 + p + 1)}$

### Зачетный билет № 9

1. Ряды Лорана.
2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} (\bar{z})^2 dz$ ,  $AB: y = x^2$ ,  $z_A = 0$ ,  $z_B = 1 + i$ .

3. Вычислить.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$

4. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y' = t^2 + 2t$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -2$ .

### Зачетный билет № 10

1. Изолированные особые точки, их классификация.

2. Вычислить  $sh(2 + \frac{\pi i}{4})$ .

3. Вычислить  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2 - x + 1)^2} dx$

4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' + y' - 2y = e^{-t}, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0.$$

### Зачетный билет № 11

1. Вычет в изолированной особой точке. Вычисление вычетов в особых точках.

2. Проверить, что  $v$  является мнимой частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной мнимой части  $v$  и значению  $f(z_0)$

$$v = 3x^2y - y^3 - y, \quad f(0) = 1.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ .

4. Найти изображение оригинала  $\frac{e^t-1}{t}$ .

### Зачетный билет № 12

1. Вычет в бесконечно удаленной точке.

2. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$  в кольце  $3 < |z|$ .

3. . Вычислить интеграл.  $\oint_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz$ .

4. Операционным методом решить задачу Коши  
 $y'' + y = 6e^{-t}$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 1$ .

### Зачетный билет № 13

1. Теорема Коши о вычетах и следствие из нее.

2. Проверить, что  $u$  является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u$  и значению  $f(z_0)$

$$u = x^2 - y^2 + x, \quad f(0) = 0.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z-i|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ .

4. Найти изображение оригинала  $\frac{\sin^2 t}{t}$ .

### Зачетный билет № 14

1. Лемма Жордана. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью теории вычетов.

2. Изобразить область, заданную соотношениями,  $\arg \frac{z-1}{z+1} = \frac{\pi}{4}$ .

3. Вычислить  $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2+4)^2} dx$

4. Найти оригинал для изображения  $F(p) = \frac{4p+5}{(p-2)(p^2+p+5)}$

### Зачетный билет № 15

1. Преобразование Лапласа. Область сходимости. Преобразование Лапласа элементарных функций.

2. Изобразить область, заданную соотношениями,  $|z + i| < 1$ ,  $-\frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq -\frac{\pi}{4}$ .

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$

$$\frac{z-4}{z^4 + z^3 - 2z^2}.$$

4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' - y' = t^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

### Зачетный билет № 16

1. Свойства преобразования Лапласа (линейность, теоремы подобия, запаздывания, дифференцирования оригинала, интегрирование оригинала, преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения).

2. Проверить, что  $v$  является мнимой частью аналитической

функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной мнимой части  $v$  и значению  $f(z_0)$

$$v = x^2 - y^2 + 2x + 1, \quad f(0) = i.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z-1|=\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{1}{z-1}\right) e^{\frac{1}{z-1}} dz$ .

4. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}; x(0) = -1, y(0) = 2$

### Зачетный билет № 17

1. Восстановление оригинала по заданному изображению.

Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных

2. Разложить ряд Лорана в окрестности точки  $z_0 = 2$  функцию  $z \cos \frac{1}{z-2}$ .

3. Вычислить  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2+4)^2} dx$ .

4. Найти изображение оригинала  $e^t \sin t$ .

## Зачетный билет № 18

1. Конформные отображения. Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Принцип соответствия границ. Теорема Римана.

2. Изобразить область, заданную соотношениями,  $|z+i| < 1$ ,  $-\frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq -\frac{\pi}{4}$ .

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням  $z$

$$\frac{3z-18}{2z^3+3z^2-9z}.$$

4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' + y' = t^2 + 2t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -2.$$

## Зачетный билет № 19

1. Отображения целой линейной функцией

2. Проверить, что  $u$  является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u$  и значению  $f(z_0)$

$$u = x^3 - 3xy^2 + 1, \quad f(0) = 1.$$

3. Вычислить  $\oint_{|z-i|=\frac{5}{2}} \frac{dz}{z(z^2+4)}$ .

4. Найти оригинал для изображения  $F(p) = \frac{p}{(p+1)(p^2+p+1)}$

## Зачетный билет № 20

1. Отображения основными элементарными функциями.

2. Изобразить область, заданную соотношениями,  $\operatorname{Re} \frac{1}{z} < 2$ .

3. Вычислить.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4+10x^2+9} dx$

4. Операционным методом решить задачу Коши  $y''+y'=t^2+2t$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=-2$ .

Составитель \_\_\_\_\_ А.Г. Слесарев  
(подпись)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Е.А. Сатаев

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.

## б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студенту предлагается ответить на один теоретический вопрос и решить три задачи. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

## в) описание шкалы оценивания:

**Критерии и шкала оценивания**

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценки</b>
Отлично 36-40	Студент должен: дать правильный ответ на теоретический вопрос и решить все задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл) - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: дать ответ на теоретический вопрос и решить две задачи из трех, но есть неточности в теоретическом вопросе или при решении задачи - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: ответить на теоретический вопрос билета, но со значительным недочетом (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решить хотя бы одну задачу. - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную

	литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

### Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет  
«МИФИ»

### (ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Специальность: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Прикладная математика»

Дисциплина: «Теория функций комплексного переменного»

### Вопросы для зачета

1. Комплексные числа, действия с ними, модуль, аргумент. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Расширенная комплексная плоскость.
2. Свойства модуля и аргумента комплексного числа. Формулы Муавра.
3. Формула Эйлера и следствия из неё. Элементарные функции  $\sin(z)$ ,  $\cos(z)$ ,  $\operatorname{tg}(z)$ ,  $\operatorname{sh}(z)$ ,  $\operatorname{ch}(z)$ ,  $\operatorname{Ln}(z)$ ,  $\operatorname{Arcsin}(z)$ ,  $\operatorname{Arccos}(z)$  .
4. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
5. Простейшие свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Аналитичность элементарных функций.
6. Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной. Свойства интегралов.
7. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Следствия из интегральной формулы Коши.
8. Ряды комплексных чисел. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Ряды Тейлора. Понятие об аналитическом продолжении.
9. Ряды Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка.



10. Вычет в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсах и существенно особых точках. Основная теорема теории вычетов.
11. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов. Лемма Жордана.
12. Преобразование Лапласа. Область сходимости. Преобразование Лапласа элементарных функций.
13. Свойства преобразования Лапласа (линейность, теоремы подобия, запаздывания, дифференцирования оригинала, интегрирование оригинала, преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения).
14. Обратное преобразование Лапласа (интеграл Меллина).  
Применение преобразования Лапласа к решению  
Дифференциальных и интегральных уравнений.
15. Конформные отображения. Теорема о необходимых и  
Достаточных условиях конформности.  
Принцип соответствия границ. Принцип симметрии.  
Теорема Римана.
16. Отображения целой линейной функцией, степенной функцией,  $w = \exp(z)$ .
17. Дробно-линейная функция, её свойства.
18. Функция Жуковского, её свойства

смысл дифференциала.

#### 4.2. Рейтинговая контрольная работа №1

а) типовые вопросы (задания):

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
профессионального образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Кафедра Высшей математики

#### **Комплект заданий для контрольной работы 1**

Вариант 1.

1. Вычислить  $z = \frac{(i+2)^2}{i+1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-16}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = (e^y + e^{-y}) \sin x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $e^{(2-i)^2}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$ ,  $AB$  – отрезок прямой,  $z_A = 0$ ,  $z_B = 1-i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(3-i)^n} z^n$ . (5 балла).

7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$  в кольце  $1 < |z| < 2$ . (5 балла).

#### Вариант 2

1. Вычислить  $z = \frac{(i-2)}{(i+1)^2}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = 2xu + x$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $e^{(2-i)^2}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L z|z|dz$ ,  $L: |z|=1, \text{Im } z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n}{(4-3i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$  в кольце  $3 < |z|$ . (5 балла).

#### Вариант 3

1. Вычислить  $z = \frac{(i+2)}{i+1} + (1-2i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{1}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = x^2 - y^2 + x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} (\bar{z})^2 dz$ ,  $AB: y = x^2, z_A = 0, z_B = 1+i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{(2-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 2}$  в кольце  $|z| < 1$ . (5 балла).

#### Вариант 4

1. Вычислить  $z = \frac{(i-2)^2}{(i+1)^2}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{i}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = e^x \cos y$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).

4. Вычислить  $\operatorname{Ln}(-1+i)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L (z^2 + 7z + 1)dz$ ,  $L$ : —отрезок прямой,  $z_A = 1, z_B = 1-i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n}{(2+i)^{2n}} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 2z - 3}$  в кольце  $1 < |z| < 3$ . (5 балла).

#### Вариант 5

1. Вычислить  $z = \frac{(i+1)^3}{i-1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{8i}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = \frac{x}{x^2 + y^2}$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\operatorname{sh}(2 + \frac{\pi i}{4})$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L |z| \bar{z} dz$ ,  $L: |z| = 4, \operatorname{Re} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{(1-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 2z - 8}$  в кольце  $2 < |z| < 4$ . (5 балла).

#### Вариант 6

1. Вычислить  $z = \frac{2+3i}{(1-i)} + (1-2i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = 2xy + 2x$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $1^{2i}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L \operatorname{Im} z^3 dz$ ,  $L$ : —отрезок прямой,  $z_A = 0, z_B = 2+2i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + n}{(4-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$

в кольце  $3 < |z|$ . (5 балла).

#### Вариант 7

1. Вычислить  $z = \frac{(i-2)^2}{i-1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-16}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = y - 2xy$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $Ln6$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} z \operatorname{Re} z^2 dz$ ,  $AB: |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n}{(3-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 6z + 8}$  в кольце  $2 < |z| < 4$ . (5 балла).

#### Вариант 8

1. Вычислить  $z = \frac{1+3i}{(1-i)^2} + (1+2i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = x^2 - y^2 - x$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $i^{3i}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L (2z+1) dz$ ,  $L: y = x^3, z_A = 0, z_B = 1+i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n}{(2+i)^{2n}} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}$  в кольце  $2 < |z| < 3$ . (5 балла).

#### Вариант 9

1. Вычислить  $z = \frac{(i-3)}{i-1} + (2+3i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = e^{-y} \cos x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).

4. Вычислить  $sh(2 - \pi i)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} z|z|dz$ ,  $AB: |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-i)^{2n}}{6^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 5z + 4}$  в кольце  $1 < |z| < 4$ . (5 балла).

#### Вариант 10

1. Вычислить  $z = \frac{(2-i)^2}{1-2i} + (2+i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{-8i}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = 3x^2y - y^3$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L z \bar{z} dz$ ,  $L: |z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(1-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 + 5z + 6}$  в кольце  $3 < |z|$ . (5 балла).

#### Вариант 11.

1. Вычислить  $z = \frac{(i+2)^2}{i+1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-16}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = (e^y + e^{-y}) \sin x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $e^{(2-i)^2}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$ ,  $AB$  – отрезок прямой,  $z_A = 0, z_B = 1 - i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(3-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$  в кольце  $1 < |z| < 2$ . (5 балла).

#### Вариант 12

1. Вычислить  $z = \frac{(i-2)}{(i+1)^2}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = 2xu + x$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $e^{(2-i)^2}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L z|z|dz$ ,  $L: |z|=1, \text{Im } z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n}{(4-3i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$  в кольце  $3 < |z|$ . (5 балла).

#### Вариант 13

1. Вычислить  $z = \frac{(i+2)}{i+1} + (1-2i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{1}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = x^2 - y^2 + x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} (\bar{z})^2 dz$ ,  $AB: y = x^2, z_A = 0, z_B = 1+i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{(2-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 2}$  в кольце  $|z| < 1$ . (5 балла).

#### Вариант 14

1. Вычислить  $z = \frac{(i-2)^2}{(i+1)^2}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{i}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = e^x \cos y$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\text{Ln}(-1+i)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L (z^2 + 7z + 1) dz$ ,  $L: \text{отрезок прямой}, z_A = 1, z_B = 1-i$ . (5 балла).

6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n}{(2+i)^{2n}} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 2z - 3}$  в кольце  $1 < |z| < 3$ . (5 балла).

#### Вариант 15

1. Вычислить  $z = \frac{(i+1)^3}{i-1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{8i}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = \frac{x}{x^2 + y^2}$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $sh(2 + \frac{\pi i}{4})$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L |z| \bar{z} dz$ ,  $L: |z| = 4, \operatorname{Re} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{(1-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 2z - 8}$  в кольце  $2 < |z| < 4$ . (5 балла).

#### Вариант 16

1. Вычислить  $z = \frac{2+3i}{(1-i)} + (1-2i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = 2xy + 2x$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $1^{2i}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L \operatorname{Im} z^3 dz$ ,  $L: -\text{отрезок прямой}, z_A = 0, z_B = 2 + 2i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + n}{(4-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$  в кольце  $3 < |z|$ . (5 балла).

#### Вариант 17

1. Вычислить  $z = \frac{(i-2)^2}{i-1}$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{-16}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = y - 2xy$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\operatorname{Ln} 6$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} z \operatorname{Re} z^2 dz$ ,  $AB: |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n}{(3-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 6z + 8}$  в кольце  $2 < |z| < 4$ . (5 балла).

#### Вариант 18

1. Вычислить  $z = \frac{1+3i}{(1-i)^2} + (1+2i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = x^2 - y^2 - x$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $i^{3i}$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L (2z+1) dz$ ,  $L: y = x^3, z_A = 0, z_B = 1+i$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n}{(2+i)^{2n}} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}$  в кольце  $2 < |z| < 3$ . (5 балла).

#### Вариант 19

1. Вычислить  $z = \frac{(i-3)}{i-1} + (2+3i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $u(x) = e^{-y} \cos x$  может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\operatorname{sh}(2 - \pi i)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_{AB} z|z| dz$ ,  $AB: |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0$ . (5 балла).



6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-i)^{2n}}{6^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 5z + 4}$  в кольце  $1 < |z| < 4$ . (5 балла).

Вариант 20

1. Вычислить  $z = \frac{(2-i)^2}{1-2i} + (2+i)^2$ . (2 балла).
2. Найти все значения корня  $\sqrt[3]{-8i}$ . (3 балла).
3. Доказать, что функция  $v(x) = 3x^2 y - y^3$  может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (5 балла).
4. Вычислить  $\operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$ . (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой  $\int_L z \bar{z} dz$ ,  $L: |z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0$ . (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(1-i)^n} z^n$ . (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $w = \frac{1}{z^2 + 5z + 6}$  в кольце  $3 < |z|$ . (5 балла).

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 5 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: в варианте указана стоимость каждой задачи в баллах.

### 4.3. Рейтинговая контрольная работа №2

а) типовые вопросы (задания):

Вариант 1.

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-i|=1.5} \frac{dz}{z(z^2+4)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1) dz}{z^3}$ , (3 баллов),  
 в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) dx}{(x^2+4)^2}$ , (5 баллов).
2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y = 6e^{-t}$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 1$ . (5 баллов).
3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ ;  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 2$ . (5 баллов).

Вариант 2

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-1-i|=1.25} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3 dz}{1-\cos z}$ , (3 баллов),  
 в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{3} \sin t - 2}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2(x^2+16)}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''+y'=t^2+2t$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=-2$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1 \\ \dot{y} = 4x - y \end{cases}$ ;  $x(0)=0$ ,  $y(0)=1$ . (5 баллов).

Вариант 3

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=0.5} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=0.5} \frac{(2-z^2+3z^3)dz}{4z^3}$ , (3 баллов),  
 в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4+\sqrt{15} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2-x+2)dx}{x^4+10x^2+9}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''-y'=t^2$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0)=-1$ ,  $y(0)=2$ . (5 баллов).

Вариант 4

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=1} \frac{(2+\sin z)dz}{z(z+2i)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=3} \frac{(e^{\frac{1}{z}}+1)dz}{z}$ , (3 баллов),  
 в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{6+\sqrt{35} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4+1)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''-y=\cos 3t$ ,  $y(0)=1$ ,  $y'(0)=1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 2x - y + 9 \end{cases}$ ;  $x(0)=1$ ,  $y(0)=0$ . (5 баллов).

Вариант 5

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z dz}{\sin z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=\frac{1}{3}} \frac{(1-2z+3z^2+4z^3)dz}{2z^2}$ , (3 баллов),  
 в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{8-3\sqrt{7} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2-x+1)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $2y''-y'=\sin 3t$ ,  $y(0)=2$ ,  $y'(0)=1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2 \end{cases}$ ;  $x(0)=2$ ,  $y(0)=0$ . (5 баллов).

Вариант 6

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-\frac{3}{2}|=2} \frac{z(\sin z + 2)dz}{\sin z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=3} \frac{(1 - \sin \frac{1}{z})dz}{z}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - 3 \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)(x^2 + 4)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + 2y' = 2 + e^t$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1 \\ \dot{y} = x + 2y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 2$ . (5 баллов).

Вариант 7

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-3|=0.5} \frac{e^z dz}{\sin z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(3z^4 - 2z^3 + 5)dz}{z^4}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 + \sqrt{7} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y' + y = 7e^{2t}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 4$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \end{cases}$ ;  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ . (5 баллов).

Вариант 8

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-\frac{1}{4}|=\frac{1}{3}} \frac{z(z+1)^2 dz}{\sin 2\pi z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=2} \frac{(1 - \cos z^2)dz}{z^2}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 - \sqrt{7} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)^2 (x^2 + 4)}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y' - 2y = -2(t + 1)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1 \\ \dot{y} = x + 2y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 2$ . (5 баллов).

Вариант 9

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin^2 z dz}{z \cos z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{(e^{2z^2} - 1)dz}{z^3}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(\sqrt{5} + \cos t)^2}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 3)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y' - 2y = -2(+1)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 2 \end{cases}$ ;  $x(0) = 0, y(0) = 1$ . (5 баллов).

Вариант 10

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=3} \frac{(e^{\frac{1}{z}} + 1)dz}{z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(z^3 - 3z^2 + 1)dz}{2z^4}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(2 + \cos t)^2}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2 + 1)dx}{(x^2 + x + 1)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y' + y = t^2 + t$ ,  $y(0) = 1, y'(0) = -3$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1 \\ \dot{y} = 4x - 2y \end{cases}$ ;  $x(0) = -1, y(0) = 0$ . (5 баллов).

Вариант 11.

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-i|=1.5} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1)dz}{z^3}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1)dx}{(x^2 + 4)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y = 6e^{-t}$ ,  $y(0) = 3, y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ ;  $x(0) = 1, y(0) = 2$ . (5 баллов).

Вариант 12

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-1-i|=1.25} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3 dz}{1 - \cos z}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{3} \sin t - 2}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2(x^2 + 16)}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + y' = t^2 + 2t$ ,  $y(0) = 0, y'(0) = -2$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1 \\ \dot{y} = 4x - y \end{cases}$ ;  $x(0) = 0, y(0) = 1$ . (5 баллов).

Вариант 13

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=0.5} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=0.5} \frac{(2 - z^2 + 3z^3)dz}{4z^3}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 + \sqrt{15} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - x + 2)dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' - y' = t^2$ ,  $y(0) = 0, y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0) = -1, y(0) = 2$ . (5 баллов).

Вариант 14

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=1} \frac{(2 + \sin z)dz}{z(z+2i)}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=3} \frac{(e^{\frac{1}{z}} + 1)dz}{z}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{6 + \sqrt{35} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4 + 1)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' - y = \cos 3t$ ,  $y(0) = 1, y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 2x - y + 9 \end{cases}$ ;  $x(0) = 1, y(0) = 0$ . (5 баллов).

Вариант 15

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z dz}{\sin z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1/3} \frac{(1 - 2z + 3z^2 + 4z^3)dz}{2z^2}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{8 - 3\sqrt{7} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - x + 1)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $2y'' - y' = \sin 3t$ ,  $y(0) = 2, y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2 \end{cases}$ ;  $x(0) = 2, y(0) = 0$ . (5 баллов).

Вариант 16

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-3/2|=2} \frac{z(\sin z + 2)dz}{\sin z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=3} \frac{(1 - \sin \frac{1}{z})dz}{z}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - 3 \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)(x^2 + 4)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y'' + 2y' = 2 + e^t$ ,  $y(0) = 1, y'(0) = 2$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1 \\ \dot{y} = x + 2y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0) = 0, y(0) = 2$ . (5 баллов).

Вариант 17

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-3|=0.5} \frac{e^z dz}{\sin z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(3z^4 - 2z^3 + 5)dz}{z^4}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 + \sqrt{7} \sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''+y'+y = 7e^{2t}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 4$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \end{cases}$ ;  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ . (5 баллов).

#### Вариант 18

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z-\frac{1}{4}|=\frac{1}{3}} \frac{z(z+1)^2 dz}{\sin 2\pi z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=2} \frac{(1-\cos z^2) dz}{z^2}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4-\sqrt{7}\sin t}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+9)^2(x^2+4)}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''+y'-2y = -2(t+1)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1 \\ \dot{y} = x + 2y + 1 \end{cases}$ ;  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 2$ . (5 баллов).

#### Вариант 19

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin^2 z dz}{z \cos z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{(e^{2z^2}-1) dz}{z^3}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(\sqrt{5} + \cos t)^2}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+3)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''+y'-2y = -2(+1)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 2 \end{cases}$ ;  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ . (5 баллов).

#### Вариант 20

1. Вычислить интегралы: а).  $\oint_{|z|=3} \frac{(e^{\frac{1}{z}}+1) dz}{z}$ , (2 баллов), б).  $\oint_{|z|=1} \frac{(z^3-3z^2+1) dz}{2z^4}$ , (3 баллов),

в).  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(2+\cos t)^2}$ , (5 баллов), г).  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2+1) dx}{(x^2+x+1)^2}$ , (5 баллов),

2. Операционным методом решить задачу Коши  $y''+y'+y = t^2+t$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -3$ . (5 баллов).

3. Решите систему  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1 \\ \dot{y} = 4x - 2y \end{cases}$ ;  $x(0) = -1$ ,  $y(0) = 0$ . (5 баллов).

б) критерии оценивания компетенций (результатов): контрольная считается выполненной, если правильно решены 4 задачи (получено 15 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 1 оценивается в 25 баллов: первая задача – 2 балла, вторая – 3 балла а остальные пять задач – по 5 баллов.

#### **4.4. Индивидуальное домашнее задание**

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет  
«МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Кафедра Высшей математики

Индивидуальное домашнее задание

**а) Задания студенты получают из сборника В.Ф.Чудесенко.** Сборник заданий по специальным курсам высшей математики. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.

**Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-27 из раздела «Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.**

**б) Критерии оценивания компетенций (результатов):**

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 27 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

**в) Описание шкалы оценивания:**

Выполненное задание ИДЗ «Векторный анализ» оценивается в 5 баллов.

Выполненные индивидуальные задания – необходимое условие допуска к экзамену. Защита индивидуального задания является формой интерактивной работы студента с преподавателем, она обеспечивает обратную связь, способствует формированию компетенций и активизации самостоятельной работы студента.

**Оформление комплекта тестовых заданий**

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет  
«МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Кафедра Высшей математики

# Комплект тестовых заданий

по дисциплине      *комплексный анализ*  
(наименование дисциплины)

## Вопрос № 1

Найти модуль и главное значение аргумента  $z = -1 - i$ .

1.  $\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}$
2.  $\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}$ .
3.  $\sqrt{2}, \frac{\pi}{3}$ .
4.  $\sqrt{2}, -\frac{\pi}{6}$ .
5. Нет правильных ответов.

## Вопрос № 2

Записать в тригонометрической форме  $z = 3i$ .

1.  $3(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ .
2.  $3(\cos \pi + i \sin \pi)$ .
3.  $3(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i \sin(-\frac{\pi}{2}))$ .
4.  $6(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ .
5. Нет правильных ответов.

## Вопрос № 3

Записать в показательной форме  $z = -1 - 3i$ .

1.  $2e^{-\frac{2\pi}{3}}$ .
2.  $2e^{-\frac{2\pi}{3}i}$ .
3.  $2e^{-i}$ .
4.  $\sqrt{3}e^{-\frac{2\pi}{3}i}$ .
5. Нет правильных ответов.

## Вопрос № 4

Вычислить  $\frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)i}$ .



1.  $1-i$ .
2.  $1-3i$ .
3.  $-1-3i$ .
4.  $1+3i$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос № 5

Возвести в степень  $(3-i\sqrt{3})^6$ .

1. 1.
2. -1728.
3.  $\sqrt{3}+2i$ .
4. 1728.
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос № 6

Выяснить геометрический смысл соотношения  $\text{Im}(iz) = 1$ .

1. прямая  $x = 1$ .
2. прямая  $y = -1$ .
3. прямая  $x + y = 1$ .
4. гипербола  $y = \frac{1}{x}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос № 7

Какие из функций являются аналитическими

1)  $\omega = \text{Re } z$ , 2)  $\omega = e^{iz}$ , 3)  $\omega = |z|^2$ , 4)  $\omega = x + iy^2$  ?

1. 1.
2. 2.
3. 3.
4. 4.
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос № 8

Найти аналитическую функцию  $\omega = u + iv$  по следующим условиям

$$v = y^3 - 3x^2y, \quad \omega(0) = i$$

1.  $\omega = -z^3 + i$ .
2.  $\omega = z^3 + i$ .
3.  $\omega = -z^3$ .
4.  $\omega = -z^2 + i$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №9

Выяснить геометрический смысл соотношения  $\operatorname{Im}(iz) = 1$ .

1. прямая  $x = 1$ .
2. прямая  $y = -1$ .
3. прямая  $x + y = 1$ .
4. гипербола  $y = \frac{1}{x}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №10

Разложить функцию  $\omega = \ln(1 + z^2)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$ .

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{z^{2n}}{n}$ .
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{n}$ .
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{n}$ .
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{z^{2n}}{n!}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №11

Разложить функцию  $\omega = \ln(1 + z^2)$  в ряд Лорана в кольце  $1 < |z| < 2$ .

1.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n}$ .
2.  $-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{2^{n+1}}$ .
3.  $-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^{n+1}}$ .
4.  $-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^{n+1}}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №12

Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=1} z^2 \sin \frac{1}{z} dz$ .

1.  $3\pi i$ .
2.  $-3\pi i$ .

3.  $\frac{\pi}{3}$ .
4.  $-\frac{\pi}{3}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №13

Вычислить с помощью вычетов интеграл  $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\frac{3}{2} + \sin \varphi}$ .

1.  $\frac{4\pi}{\sqrt{5}}$ .
2.  $\frac{2\pi}{\sqrt{5}}$ .
3.  $\frac{\pi}{3}$ .
4.  $-\frac{\pi}{3}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №14

Вычислить с помощью вычетов интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$ .

1.  $\frac{\pi}{4}$ .
2.  $-\frac{\pi}{4}$ .
3.  $\frac{\pi}{3}$ .
4.  $-\frac{\pi}{3}$ .
5. Нет правильных ответов.

### Вопрос №14

Решить операторным методом уравнение  $x'(t) - 2x(t) = 1$ ,  $x(0) = 1$ .

1.  $x(t) = -t + e^t$ .
2.  $x(t) = -0.5 + t + 0.5e^{-2t}$ .
3.  $x(t) = -0.5 + 1.5e^{2t}$ .
4.  $x(t) = -0.5 + 1.5e^{-2t}$ .
5. Нет правильных ответов.

**Вопрос №15****Решить операторным методом систему уравнений**

$$x' - y = 0, \quad y' - x = 0, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 1.$$

1.  $y = 1, \quad x = 1.$
2.  $y = t + e^t, \quad x = t + e^t$
3.  $y = e^t, \quad x = e^t.$
4.  $y = t + 1, \quad x = t + 1.$
5. Нет правильных ответов.

**Критерии оценивания:** Количество правильных ответов

<b>Оценка</b>	<b>Шкала</b>
Отлично	Количество верных ответов в интервале: 90-100%
Хорошо	Количество верных ответов в интервале: 75-89%
Удовлетворительно	Количество верных ответов в интервале: 60-74%
Неудовлетворительно	Количество верных ответов в интервале: 0-59%

или

Зачтено	Количество верных ответов в интервале: 60-100%
Незачтено	Количество верных ответов в интервале: 0-59%